

# 解難之趣

## 屯門區小學數學比賽特刊

第十五屆

二零零五年四月二十三日



### 雞兔同籠

「雞兔同籠」問題在數學競賽常會碰到，它出自《孫子算經》一書，是中國古代名題之一。雖然這個古老問題已沒有甚麼實際意義，但是現實生活中類似「雞兔同籠」的問題依然存在，而解決雞兔問題的巧妙方法卻依然值得我們去學習，用以提升解題技巧，及發展思維能力。在本章裡，我們會先介紹在競賽常用的「招數」——假設法，接著，我們會將中一代數的技巧進一步提升，利用聯立方程的方法去解決這道古老的問題。



### 假設法

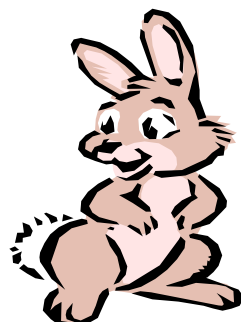
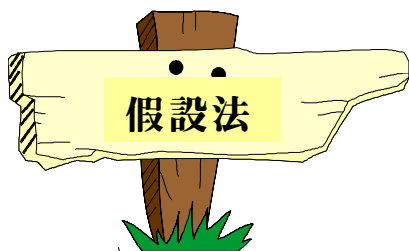
例一：籠中有雞兔 100 隻，雞兔足數共有 248 隻，問雞兔各有多少隻？

分析：已知雞有腳 2 隻，兔有腳 4 隻。解這道題目時，既然已經知道雞和兔一共有 100 隻，那麼我們就可以在總數 100 隻以內逐一去嘗試，列出雞兔的隻數和它們的腳數關係表（如下表），找出符合題目條件的雞和兔的隻數。

雞的隻數	99	98	97	96	.....	78	77	76	75	.....
兔的隻數	1	2	3	4	.....	22	23	24	25	.....
腳數	202	204	206	208	.....	244	246	248	250	.....

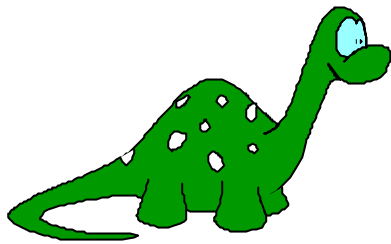
從表中可以看出，雞有 76 隻，兔有 24 隻。

不過，這個方法實在費時失事！若果雞、兔的數目很大，等你試到正確的答案時，比賽早就完結了。在爭分奪秒的比賽中，我們需要一個快而準的方法：



**解答：**首先，我們假設籠裡全部都是兔子，即 100 隻全是兔子，那麼這時籠裡應該有  $4 \times 100 = 400$  隻腳，可是題目告訴我們一共只有 248 隻腳，這說明籠裡並沒有這麼多的兔子，所以我們應該用雞來換兔子，每放進一隻雞，同時拿走一隻兔，這樣雞和兔的數目維持不變，但腳的隻數就會減少 2 隻。因為 400 比 248 多出 152 隻腳，所以我們只要算出換了多少次正好減少 152 隻腳，就可以知道雞的隻數，即  $152 \div 2 = 76$  隻，而兔的數目則是  $100 - 76 = 24$  隻。

**另解：**若假設 100 隻全是雞，那麼應該共有腳  $2 \times 100 = 200$  隻，比題目告訴我們的 248 隻腳少了 48 隻，因此要用兔來換雞，每放進一隻兔子換出一隻雞就可以多出 2 隻腳，所以兔的數目就是  $48 \div 2 = 24$  隻。



從上述的兩個解法中，我們可以對這類典型題目歸納

得出以下公式：

(一) 設兔求雞

$$\text{雞的隻數} = (4 \times \text{總頭數} - \text{總足數}) \div (4 - 2)$$

$$\text{兔的隻數} = \text{總頭數} - \text{雞的隻數}$$

(二) 設雞求兔

$$\text{兔的隻數} = (\text{總足數} - 2 \times \text{總頭數}) \div (4 - 2)$$

$$\text{雞的隻數} = \text{總頭數} - \text{兔的隻數}$$

**另解：**其實，除了上述的解法外，還有一種更巧妙的想法：假設每隻雞都抬起一條腿，每隻兔子都抬起兩條腿，這樣腳的總數就只剩原來的一半，即  $248 \div 2 = 124$  隻腳。這時每隻雞只剩一隻腳，每隻兔只剩二隻腳，現在，只要從 124 隻腳中減去每隻雞的一隻腳和每隻兔子的一隻腳，即去掉 100 隻腳，剩下的腳數就正好等於兔子的數目；即

$$\text{兔的數目} = 248 \div 2 - 100$$

$$= 24 \text{ 隻。}$$

$$\text{雞的數目} = 100 - 24$$

$$= 76 \text{ 隻。}$$

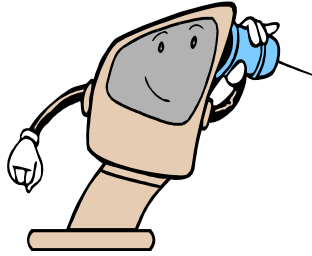


現在我們嘗試利用從例一總結的方法去解類似「雞兔同籠」的問題。

例二：蜘蛛和蟬共有 29 隻，腳數共 194 隻，問蜘蛛和蟬各有幾隻？

（註：蜘蛛有 8 隻腳，蟬有 6 隻腳）

解答：假設 29 隻全是蜘蛛，就例一的總結，得公式：



蟬的數目

$$= (8 \times \text{總頭數} - \text{總腳數}) \div (\text{蜘蛛和蟬的腳數差})$$

$$= (8 \times 29 - 194) \div (8 - 6)$$

$$= (232 - 194) \div 2$$

$$= 19 \text{ 隻}$$

$$\therefore \text{蜘蛛的數目} = 29 - 19$$

$$= 10 \text{ 隻}$$

註：若假設 29 隻全是蟬，則

蜘蛛的數目

$$= (\text{總足數} - 6 \times \text{總頭數}) \div (\text{蜘蛛和蟬的腳數差})$$

$$= (194 - 6 \times 29) \div (8 - 6)$$

$$= (194 - 174) \div 2$$

$$= 10 \text{ 隻}$$

例三：小明有 2 元及 5 元硬幣 30 枚，共值 96 元，問兩種硬幣各有多少枚？

解答：假設 30 枚全是 2 元硬幣，利用例一的公式，得

$$5 \text{ 元硬幣的數目} = (96 - 2 \times \text{總個數}) \div (2 \text{ 元和 } 5 \text{ 元硬幣的面值差})$$

$$= (96 - 2 \times 30) \div (5 - 2)$$

$$= 36 \div 3$$

$$= 12 \text{ 個}$$

$$\therefore 2 \text{ 元硬幣的數目} = 30 - 12$$

$$= 18 \text{ 個}$$

例四：武石小學舉行數學比賽，一共出了 10 道題目，答對一題得 10 分，答錯一題反扣 5 分（不答亦算答錯），小明得了 70 分，問他答對幾題？

解答：首先，必須介定答錯扣 5 分為 -5 分，若小明 10 題全部答錯，則

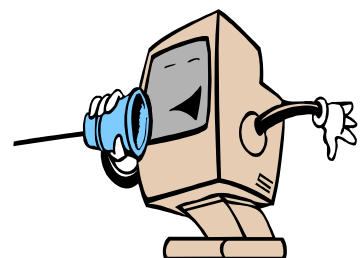
$$\text{答對的題數} = [\text{總分} - (-5) \times \text{總題數}] \div (\text{答對和答錯的分數差})$$

$$= [70 - (-5) \times 10] \div [10 - (-5)]$$

$$= 120 \div 15$$

$$= 8 \text{ 題}$$

註：我們無必要計出小明錯多少題！



例五：（中國古算題）100 人分吃 100 個饅頭，大人一人吃 4 個，小孩 4 人吃 1 個，問大人、小孩各多少？

解答：假設 100 人全是大人，利用例一的公式，得

小孩的數目 =  $(4 \times \text{總人數} - \text{饅頭數}) \div (\text{大人和小孩吃饅頭的差})$

$$= (4 \times 100 - 100) \div (4 - \frac{1}{4})$$

$$= 300 \div \frac{15}{4}$$

$$= 80 \text{ 人}$$

大人的數目 =  $100 - 80$

$$= 20 \text{ 人}$$



另解：其實，這道題目還有一個更為巧妙的解法：

將問題轉化成 5 人吃 5 個饅頭（一個大人和四個小孩），則  $100 \div 5 = 20$ （大人），100 人分成 20 組，每組有 1 個大人，4 個小孩，所以小孩數為  $20 \times 4 = 80$  人。

註：本題取自我國明朝程大位著的《算法統宗》裡的「和尚分饅頭」。它也是民間流傳很廣的一道趣味題，實際上也是雞兔問題。

例六：小明家養了雞及兔子共 100 隻，其中雞的腳數比兔的腳數多 80 隻，問雞、兔各有多少隻？

解答：首先，假設 100 隻全部是雞，那麼共有雞腳 200 隻，而兔腳的數目為 0，這時雞腳比兔腳多 200 隻，比題目的 80 隻多了 120 隻。因此要將一部份雞換成兔子，但每拿走一隻雞，雞腳的數目就要減 2，每換一隻兔子，兔腳的數目就會加 4，所以每換一次，雞腳與兔腳的數目就會相差  $4 + 2 = 6$  隻，所以

兔的隻數 =  $(2 \times \text{總頭數} - \text{雞腳與兔腳的差}) \div (\text{每換一次雞腳與兔腳的差})$

$$= (2 \times 100 - 80) \div (2 + 4)$$

$$= 120 \div 6$$

$$= 20 \text{ 隻}$$

∴ 雞的隻數 =  $100 - 20$

$$= 80 \text{ 隻}$$



從例六可以知道，應用假設法去解決較複雜的「雞兔同籠」問題時，會顯得有點「力不從心」；對一些心思細密，或者極有數學頭腦的同學還不怎樣，但對其他同學來說，可能早給弄致頭昏腦脹！因此，我們需要一個更清晰，更易掌握和明白，又可以處理任何類型問題的方法：二元一次聯立方程式 (Simultaneous Linear Equations In Two Unknowns)。

## 二元一次聯立方程式

我們學會應用簡易方程式 ( 即一元一次方程式 ) 去解決一些簡單的應用題 , 例如 :

解方程式  $3x + 5 = 14$



$$3x + 5 - 5 = 14 - 5 \quad (\text{移加作減})$$

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \quad (\text{移乘作除})$$

$$x = 3$$

上述技術相信大家都不會感陌生。不過 , 現在我們面對的問題 , 有二個變數 / 二元 (variables)、二條方程式 (equations) , 要解這類聯立方程式 , 需要引進新的技術 :

( 一 ) 代入法 (Method of Substitution) ,

( 二 ) 加減消元法 (Method of Elimination)。

不過 , 在介紹這二個方法之前 , 我們先確立解題的程序。

### 解題四部曲

( 一 ) 選定二個文字 ( 一般都會用  $x$  和  $y$  )

代表題目的二個未知數 ;

( 二 ) 依題意列出二條方程式 ;

( 三 ) 利用代入法或加減消元法去解題 ;

( 四 ) 驗證解答。

現在 , 我們嘗試利用「解題四部曲」去解聯立方程問題。

例七：（和差問題）二數之和為 36，差為 4，求此二數。

解答：利用解題四部曲：

（一）設大數為  $x$ ，小數為  $y$ 。

（二）依題意得方程如下：

$$\begin{cases} x + y = 36 & \dots\dots(1) \\ x - y = 4 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

（三）若利用代入法，則

由(2)得  $x = y + 4$  ..... (3)

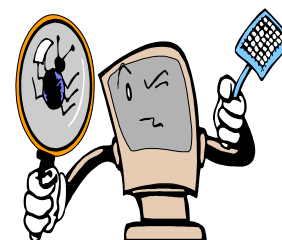
代(3)入(1)得  $(y + 4) + y = 36$

$$2y = 32$$

$$y = 16 \quad \dots\dots (4)$$

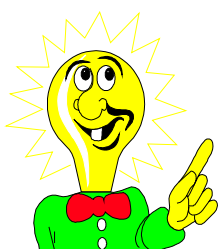
代(4)入(3)得  $x = 16 + 4$

$$= 20$$



註：應用代入法時，須注意以下幾點：

- (i) 在(1)式或(2)式中，任選一方程式，並且令其中任何一個文字為 subject，將此式記作(3)式。
- (ii) 將(3)式代入另一式中。若果將(1)式變為(3)式，則(3)式必須代入(2)式中；若果將(2)變為(3)式，則(3)式必須代入(1)式。
- (iii) 將(4)式代入(3)式，可最快得到另一解答。



若利用加減消元法，則

$$(1) + (2) \text{ 得 } \quad 2x = 40$$

$$x = 20$$

$$(1) - (2) \text{ 得 } \quad 2y = 32$$

$$y = 16$$

註：應用加減消元法時，須注意幾點：

- (i) 所謂二式加或減，即(1)式的左邊加或減(2)式的左邊，同時(1)式的右邊加或減(2)式的右邊。
  - (ii) 二式進行加或減時，必須消去一個變數，否則此法不通！
- （四）驗證解答： $20 + 16 = 36$ ， $20 - 16 = 4$ ，答案正確。

現在，我們利用「解題四部曲」去解答例一。

(一) 假設雞的數目為  $x$ ，兔的數目為  $y$ 。

(二) 依題意得方程如下：

$$\begin{cases} x + y = 100 & \dots\dots(1) \\ 2x + 4y = 248 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(三) 由(1)得  $x = 100 - y$  ..... (3)

代(3)入(2)得  $2(100 - y) + 4y = 248$

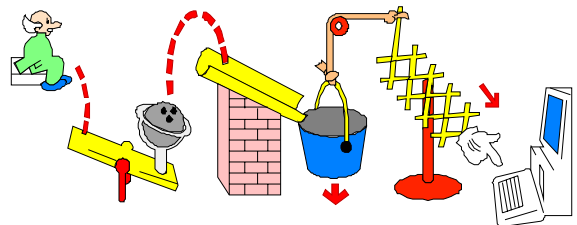
$$200 - 2y + 4y = 248$$

$$2y = 48$$

$$y = 24 \quad \dots\dots (4)$$

代(4)入(3)得  $x = 100 - 24$

$$= 76$$



現在，我們再利用「解題四部曲」去解答例六。

(一) 設雞的數目  $x$ ，兔的數目為  $y$ 。

(二) 依題意得方程式如下：

$$\begin{cases} x + y = 100 & \dots\dots(1) \\ 2x - 4y = 80 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(三) 將(2)式全式除以 2，

得  $x - 2y = 40$  ..... (3)

(1) - (3)得  $3y = 60$

$$y = 20 \quad \dots\dots (4)$$

將(4)代入(1)，得  $x + 20 = 100$

$$x = 80$$



利用解聯立方程式的技巧，我們可以很容易，很清楚地解決較複雜的「雞兔同籠」問題。而且，在解題的過程中，我們可以靈活的運用代入法和加減消元法，務求以最少的步驟，最低的難度求出解答，緊記不要拘泥於某一方法！

其實，除了解決「雞兔同籠」問題外，聯立方程式還廣泛應用於解決其他類型的問題上；例如工程問題、時間問題、行程問題等方面。而且，引入聯立方程式這技巧，大大提高了我們的解題能力，令好些艱深的問題，都可以迎刃而解。讓我們看看以下例題。

例八：一件工程，甲、乙二人合做 10 天完成，乙、丙二人合做 12 天完成，甲、丙二人合做 15 天完成。問甲、乙、丙三人合做多少天才能完成？

解答：設甲一人獨做要  $x$  天完成，則甲一天就能完成整件工程的  $\frac{1}{x}$ ；

乙一人獨做要  $y$  天完成，則乙一天就能完成整件工程的  $\frac{1}{y}$ ；

丙一人獨做要  $z$  天完成，則丙一天就能完成整件工程的  $\frac{1}{z}$ ；

$$\text{依題意得} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} & \dots\dots(1) \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} & \dots\dots(2) \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{1}{15} & \dots\dots(3) \end{cases}$$

$$(1) + (2) + (3) \text{ 得} \quad 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8}$$

$\therefore$  甲、乙、丙三人合做一天，就完成整件工作的  $\frac{1}{8}$ 。

即甲、乙、丙三人合做同一件工作，需 8 天完成。



看過例八以後，同學應該會對聯立方程的信心大為提高。不過，它的能力還不止於此，若果配合所求未知數值的某些特質，聯立方程還能夠解決不定方程的問題。

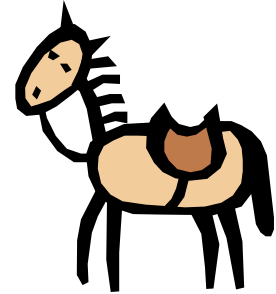
直到例八為止，使用聯立方程去解決問題時，未知數的數目與方程的數目一定是相同的，這樣我們就可以求得唯一的解(unique solution)，但若果未知數的數目多於方程的數目的話，那麼未知數的限制將會減少，所得的解也就不止一個了；這樣的方程問題，就叫做不定方程。我們不會在這樣討論不定方程問題，只是利用聯立方程和未知數的某些特質去求解吧！



**例九：**一百匹馬，馱（音：駝，解驢或馬背負人或物）一百包糧食，大馬每匹馱三包，中馬每匹馱兩包，小馬兩匹馱一包。問大馬、中馬、小馬各有多少匹？

**解答：**設有大馬  $x$  匹，中馬  $y$  匹，小馬  $z$  匹。

$$\text{依題意得} \begin{cases} x + y + z = 100 & \dots\dots (1) \\ 3x + 2y + \frac{z}{2} = 100 & \dots\dots (2) \end{cases}$$



由(1)得  $z = 100 - x - y \quad \dots\dots (3)$

代(3)入(1)，得  $3x + 2y + \frac{1}{2}(100 - x - y) = 100$

即  $5x + 3y = 100$

$$\therefore x = 20 - \frac{3y}{5}$$

按題意， $x$ 、 $y$  必須是正整數，那麼， $\frac{3y}{5}$  也是正整數，則  $y$  必為 5 的倍數。

當  $y = 5$  時， $x = 20 - 3 = 17$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 5 - 17 = 78$ 。

當  $y = 10$  時， $x = 20 - 6 = 14$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 10 - 14 = 76$ 。

當  $y = 15$  時， $x = 20 - 9 = 11$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 15 - 11 = 74$ 。

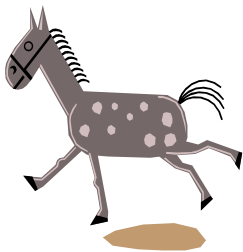
當  $y = 20$  時， $x = 20 - 12 = 8$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 20 - 8 = 72$ 。

當  $y = 25$  時， $x = 20 - 15 = 5$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 25 - 5 = 70$ 。

當  $y = 30$  時， $x = 20 - 18 = 2$ ， $z = 100 - x - y = 100 - 30 - 2 = 68$ 。

當  $y \geq 35$  時， $x < 0$ ，不合題意。

因此，這題的解為：



$$\begin{cases} \text{大馬}17\text{匹} \\ \text{中馬}5\text{匹} \\ \text{小馬}78\text{匹} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{大馬}14\text{匹} \\ \text{中馬}10\text{匹} \\ \text{小馬}76\text{匹} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{大馬}11\text{匹} \\ \text{中馬}15\text{匹} \\ \text{小馬}74\text{匹} \end{cases}$$

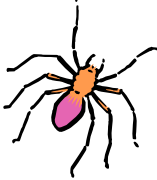
$$\begin{cases} \text{大馬}8\text{匹} \\ \text{中馬}20\text{匹} \\ \text{小馬}72\text{匹} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{大馬}5\text{匹} \\ \text{中馬}25\text{匹} \\ \text{小馬}70\text{匹} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{大馬}2\text{匹} \\ \text{中馬}30\text{匹} \\ \text{小馬}68\text{匹} \end{cases}$$

## 習題



1. 已知雞兔共有 107 隻，兔腳比雞腳多 56 隻，問雞兔各有幾隻？
2. 小明有 1 元、5 元和 10 元硬幣共 20 枚，共值 124 元，其中 5 元和 10 元硬幣的數目相等。求三種硬幣各有多少枚？
3. 小楓去郵局買郵票，他用 68 元買了 4 角和 8 角的郵票共 100 枚。這兩種郵票各有多少枚？
4. 小明參加一次數學競賽，共有 12 條題目。每答對一條得 10 分，答錯或不答均扣 3 分。結果小明得 81 分，問他做對了幾題？
5. 蜘蛛有 8 條腿， 蜻蜓有 6 條腿和 2 對翅膀，蟬有 6 條腿和一對翅膀。現在這三種動物各有 18 隻，共有 118 條腿和 20 對翅膀，問這多少隻？
6. 小強和小明一起練習長跑，小強先跑 3 分鐘，然後又和小明共同跑 5 分鐘，兩人一共跑了 3750 米。若小明每分鐘比小強多跑 30 米，問小強比小明多跑幾多米？
7. 雞兔共有腳 78 隻，若將雞數和兔數互換，則共有腳 84 隻，問雞和兔各有幾隻？
8. 有一個兩位數，各位數字之和的 6 倍比原數大 3，求這個兩位數（有 2 個答案）。
9. 甲、乙兩人進行射擊練習，甲平均每放 6 槍可以中靶 4 次，乙平均每放 5 槍可以中靶 4 次，兩人共放 116 槍，共中靶 84 次。問甲、乙各放了多少槍？各中靶多少次？



10. 大客車有 48 個座位，小客車有 30 個座位，現有 306 位旅客，要使每位旅客都有座位而且不空出座位，問需大、小客車各幾輛？



## 解答

1. 設有雞  $y$  隻，兔  $x$  隻，則

$$\begin{cases} x + y = 107 & \dots\dots(1) \\ 4x - 2y = 56 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

由(2)得  $2x - y = 28 \quad \dots\dots(3)$

(1) + (3)得  $3x = 135$

$$x = 45 \quad \dots\dots(4)$$

代(4)入(1)得  $y = 107 - 45$

$$= 62$$

$\therefore$  有雞 62 隻，兔 45 隻。



2. 設有 1 元硬幣  $x$  個，5 元、10 元硬幣有  $y$  個，則

$$\begin{cases} x + 2y = 20 & \dots\dots(1) \\ x + 15y = 124 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(2) - (1)得  $13y = 104$

$$y = 8 \quad \dots\dots(3)$$

代(3)入(1)得  $x = 20 - 2(8) = 4$

$\therefore$  有 1 元硬幣 4 個，5 元及 10 元硬幣各 8 個。



3. 設小楓買了 4 角郵票  $x$  枚，8 角郵票  $y$  枚，則



$$\begin{cases} x + y = 100 & \dots\dots(1) \\ 0.4x + 0.8y = 68 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(2)  $\div$  0.4 得  $x + 2y = 170 \quad \dots\dots(3)$

(3) - (1)得  $y = 70 \quad \dots\dots(4)$

代(4)入(1)得  $x = 100 - 70$

$$= 30$$

$\therefore$  小楓買了 4 角郵票 30 票，8 角郵票 70 枚。

4. 設小明答對  $x$  題，答錯  $y$  題，則

$$\begin{cases} x + y = 12 & \dots\dots(1) \\ 10x - 3y = 81 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(1)  $\times 3$  得  $3x + 3y = 36 \dots\dots(3)$

(2) + (3) 得  $13x = 117$

$$x = 9$$

$\therefore$  小明共答對 9 題。

註：由於題目只要求算出答對的題數，故使用「加減消元法」時，務必消去  $y$  ( 答错题數 ) 。



5. 設有蜘蛛  $x$  隻，蜻蜓  $y$  隻，蟬  $z$  隻，則



$$\begin{cases} x + y + z = 18 & \dots\dots(1) & \text{( 隻數 )} \\ 0x + 2y + z = 20 & \dots\dots(2) & \text{( 翼數 )} \\ 8x + 6y + 6z = 118 & \dots\dots(3) & \text{( 腳數 )} \end{cases}$$

雖然這題有 3 條方程式，3 個未知數，不過我們可以先求出一個未知數，然後再用對付二元聯立方程式的方法去解題。

(1)  $\times 6$  得  $6x + 6y + 6z = 108 \dots\dots(4)$

(3) - (4) 得  $2x = 10$

$$x = 5 \dots\dots(5)$$

將(5)代入(1)得  $y + z = 13 \dots\dots(6)$

簡化(2)式得  $2y + z = 20 \dots\dots(7)$

(7) - (6) 得  $y = 7 \dots\dots(8)$

代(8)入(6)得  $z = 13 - 7$   
 $= 6$

$\therefore$  有蜘蛛 5 隻，蜻蜓 7 隻，蟬 6 隻。

6. 設小強的速度為每分鐘跑  $x$  米，小明每分鐘跑  $y$  米，則



$$\begin{cases} 8x + 5y = 3750 & \dots\dots(1) \\ x - y = 30 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

由(2)得  $5x - 5y = 150 \dots\dots(3)$

(3) + (1)得  $13x = 3900$

$$x = 300 \dots\dots(4)$$

代(4)入(3)得  $y = 300 - 30$

$$= 270$$

$\therefore$  小強每分鐘跑 300 米，小明每分鐘跑 270 米。

$\therefore$  小強比小明多走的距離 =  $8(300) - 5(270)$

$$= 1050 \text{ 米。}$$

7. 設雞和兔原來的數目為  $x$  和  $y$ ，則依題意有：

$$2x + 4y = 78 \dots\dots(1)$$

今雞和兔的數目互換，得下式：

$$4x + 2y = 84 \dots\dots(2)$$

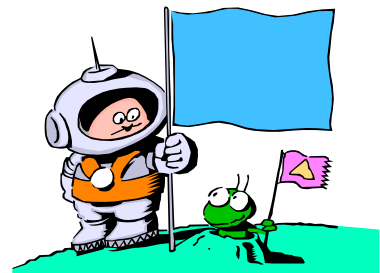
(2)  $\div$  2,  $2x + y = 42 \dots\dots(3)$

(1) - (2),  $3y = 36$

$$y = 12 \dots\dots(4)$$

將(4)代入(3)，得  $2x = 30$

$$x = 15$$



8. 設十位數為  $x$ ，個位數為  $y$ ，則原數的值 =  $10x + y$ 。依題意得下式：

$$6(x + y) = 10x + y + 3$$

$$4x = 5y - 3$$

$$x = \frac{5y - 3}{4} \dots\dots(*)$$

由於  $x$  及  $y$  均為整數，只要依次由 1 至 9 代入(\*)，得  $x$  為整數的就是答案。

當  $y = 3$ ， $x = 3$ ； $y = 7$ ， $x = 8$ 。 $y$  取其餘數值時， $x$  均非整數，不合。所以，符合要求的兩位數只有 33 和 87。

9. 設甲放了  $x$  槍，乙放了  $y$  槍，則依題意得：

$$\begin{cases} x + y = 116 & \dots\dots(1) \\ \frac{4}{6}x + \frac{4}{5}y = 84 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

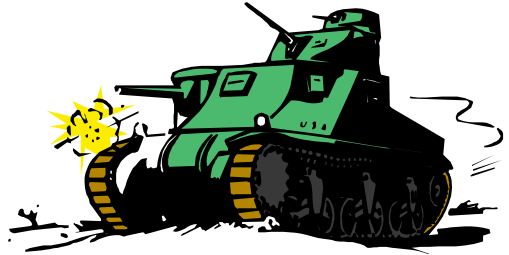
$$(2) \times \frac{6}{4} \text{ 得, } x + \frac{6}{5}y = 126 \quad \dots\dots (3)$$

$$(3) - (1) \text{ 得, } \frac{y}{5} = 10$$

$$\therefore y = 50 \quad \dots\dots (4)$$

$$\text{代(4)入(1), } x = 66。$$

$\therefore$  甲放槍 66 次，中靶 44 次；乙放槍 50 次，中靶 40 次。



10. 設需要大客車  $x$  輛，小客車  $y$  客。據題意要求，每位旅客都有座位且不空出座位，故大、小客車的數目必為正整數。依題意得

$$48x + 30y = 306$$

$$\text{即 } 8x + 5y = 51$$

$$\therefore x = \frac{51 - 5y}{8}$$

當  $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10$  時， $x$  均非整數，不合題意。

$$\begin{aligned} \text{當 } y = 7, x &= \frac{51 - 5 \times 7}{8} \\ &= \frac{16}{8} \\ &= 2。 \end{aligned}$$

當  $y \geq 11$  時， $x < 0$ ，不合題意。

故需要大客車 2 輛，小客車 7 輛。



---

顧問老師：梁志明、黃萬安、黃偉智、楊振雄、袁仲強