解難之趣

屯門區小學數學比賽特刊

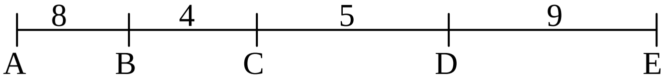
第十二屆　　二零零一年四月二十七日

「數」的數學

在數學競賽裡，「數」(Counting)東西的數目是一項常見的題目。同學們別以為「數」數目是一件簡單的事，若果胡亂去數，不但得不到正確的答案，更加會給圖案弄得頭暈眼花。

「數」數目看似無「必勝」的方法，關鍵卻在於將圖形分類，掌握圖形的特質，從而有系統地、技巧地去「數」出數目來。讓我們由「數」線段的數目開始吧！

例一：線段AB、BC、CD、DE分別長8厘米、4厘米、5厘米和9厘米（如下圖），則圖中共有線段多少條？這些線段的長度之和為多少厘米？



解答：先看第一個問題。上圖共有5個點，為了弄清這個問題，我們先來研究一下更簡單的情況：

如果一條線上只有2個點（兩個端點），只能數出一條線段：AB。

若一條線上只有3個點，可以數出3條線段：AB、BC、AC。

若一條線上有4個點，可以數出6條線段：AB、BC、CD、AC、BD、AD。

按照這種方法「數」數，叫分類「數」數。即先數出只含一段的線段（基本線段），再數含有三段、四段……的線段，這樣我們就能順利地數出有5個點的線段的條數，

即：AB、BC、CD、DB、AC、BD、CE、AD、BE、AE一共有10條。

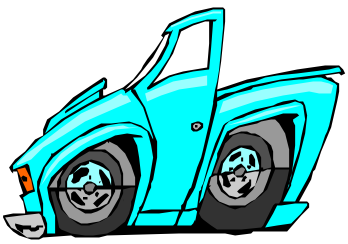
從第一個問題中，我們可以總結出直線上的點的個數和可數出線段的條數有如下規律：

2個點可以數出 $\frac{2\times(2-1)}{2}=1$條

3個點可以數出 $\frac{3\times(3-1)}{2}=3$條

4個點可以數出 $\frac{4\times(4-1)}{2}=6$條

………………



n個點可以數出 $\frac{n(n-1)}{2}$ 條

再看第二個問題，要求10條線段長度之和是多少厘米，可以這樣計算：

AB + AC + AD + AE + BC + BD + BE + CD + CE + DE

= 8 + (8 + 4) + (8 + 4 + 5) + (8 + 4 + 5 + 9) + 4 + (4 + 5)

+ (4 + 5 + 9) + 5 + (5 + 9) + 9

= 122（厘米）

也可以這樣計算：

AB + BC + CD + DE + AC + BD + CE + AD + BE + AE

= 8 + 4 + 9 + (8 + 4) + (4 + 5) + (5 + 9) + (8 + 4 + 5)

+ (4 + 5 + 9) + (8 + 4 + 5 + 9)

= 122（厘米）

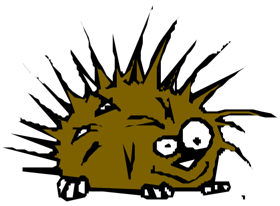
從上面的計算中，可以發現這樣一個規律算式中基本線段的8厘米出現了4次，基本線段的4厘米出現了 (3×2) 次，基本線段的5厘米出現了 (2×3) 次，基本線段的9厘米出現了 (1×4) 次，所以各線段長度的總和還可以這樣計算：

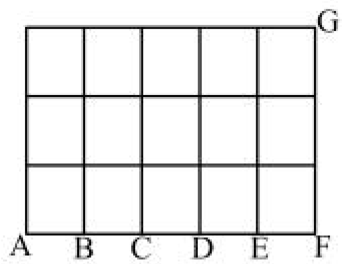
$8\times4+4(3\times2)+5(2\times3)+9(1\times4)$

$= 8(5-1)(1)+4(5-2)(2)+5(5-3)(3)+9(5-4)(4)$

= 122（厘米）

例二：下圖是由同一規格的小瓷磚拼合而成的圖形，試數出圖中長方形的數目。





解答：根據長方形的特點，我們知道，要構成長方形，就必須要確定它的長和闊。要確定長方形的數目，第一步就是要確定AF中共有幾條線段。如圖所示，AF包含的線段有AB、AC、AD、AE、AF、BC、BD、BE、BF、CD、CE、CF、DE、DF、EF，線段的數目 = 5 + 4 + 3 + 2 + 1

= 15條。

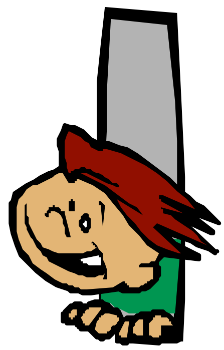
同理，FG包含的線段數目 = 3 + 2 + 1

= 6條。

最後，不同的長方形就可以由上述不同的長和闊組合而成，

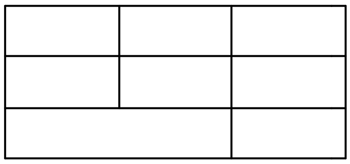
所以長方形的數目 = (15)(6)

= 90個。



上述的方法，對於數一些「正規」圖形的數目是十有效的。若是圖形不很規則的話，這個方法就會不合用。這時，我們就要用上「將圖形分類」的技巧。看看下列。

例三：試數數下圖有多少個長方形：
(1993年香港數學奧匹(HKMO)組別題)

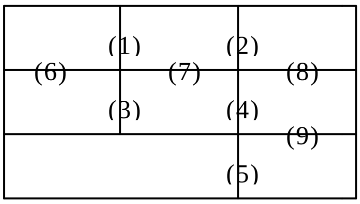


解答：我們嘗試用以下方法分類：
由1個圖形組成的長方形：

1	2	3
4	5	6
7		8

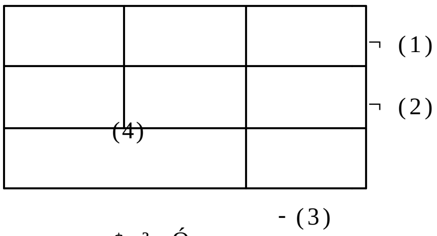
8 個

由2個圖形組成的長方形：



¢ ; Ó

由3個圖形組成的長方形：



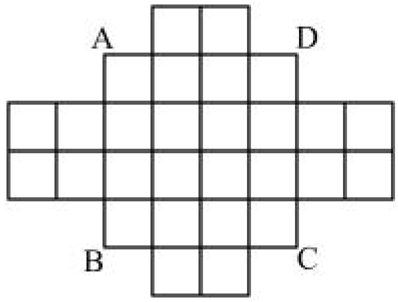
¢ ³ Ó

如此類推，由4個圖形組成的長方形：2個
由5個圖形組成的長方形：2個
由6個圖形組成的長方形：1個
由7個圖形組成的長方形：0個
由8個圖形組成的長方形：1個
所以上圖共有27個長方形。

在「數」圖形數目的時候，除了善於利用「分類」這一招外，還要擁有銳利的眼光，讓我們看看以下的例題：

例四：右圖的圖形由28個邊長1cm的小正方形組成，問它有多少個正方形？

解答：為了清楚地數出圖中的正方形個數，我們必須將圖形分為中間（正方形ABCD）、上（AD以上）、下（BC以下）、左（AB的左方）、右（CD的右方），分別數出各部份的正方形數目，然後把三部份的數目加起來以求出所需的總數。



1. **中間部份**

   明顯地，邊長1cm的有 $4 \times 4 = 16$ **個，邊長2cm的有** $3 \times 3 = 9$ **個，邊長3cm的有** $2 \times 2 = 4$ **個，邊長4cm的有1個，所以**

   正方形的數目 $= 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$

   $= 30$ **個**

2. **上、下部份**

   在上面部份，邊長1cm的有2個，邊長2cm的有1個。由於上、下對稱，所以正方形的數目 $= 2(1 + 2) = 6$ **個**

3. **左、右部份**

   在左面部份，邊長1cm的有4個，邊長2cm的有2個。由於左、右對稱，所以正方形的數目 $= 2(4 + 2) = 12$ **個**

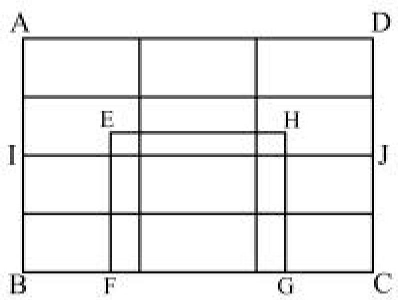
所以，正方形的總數 $= 30 + 6 + 12$

$= 48$ **個**

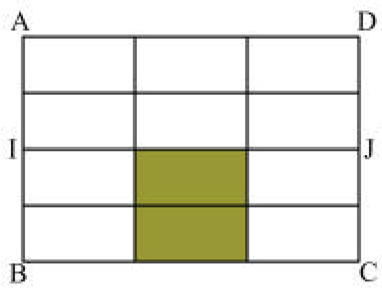
看過上述的例題後，同學或會明白到，對於較複雜的幾何圖形的「數」數問題，一定要先作適當的分類，然後按一定順序有條理地計算，才能做到既不重復，又沒遺漏。再看以下例題，大家就會更深刻地體驗箇中道理。

例五：試數出右圖長方形的數目是多少？

解答：對於這類有明顯重復部份的圖形，必須先行拆開，並進行分類「數」算。



圖(a)



圖(b)

先考慮圖(b)，長方形的數目

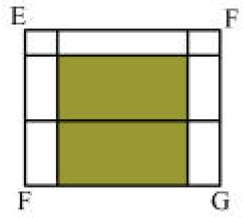
$= (3 + 2 + 1)(4 + 3 + 2 + 1)$

$= 60$ **個**

再看圖(c)，長方形的數目 = (3 + 2 + 1)(3 + 2 + 1)

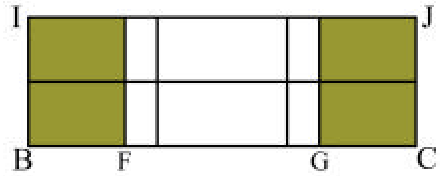
= 36個

不過，在圖(b)和(c)中，陰影部份有3個長方形給「數」了2次，我們得從總數中扣除。



圖(c)

再看圖(d)，它表示圖(a)中下兩排的特殊情況，與陰影部份相關的長方形，在前面的計算中未有包含進去，其中BI上有3點，可構成(1 + 2) = 3條線；在BC上，與陰影部份有關的線段只BF、BG、CG、CF等4條，所以，可構成長方形的數目 = (3)(4) = 45個。



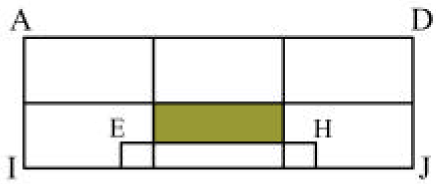
圖(d)

最後，考慮圖(e)，與陰影部份相關的長方形，在前面的計算中未有包含進去，共有2個。

所以，圖(a)含有長方形的總數

= 60 + 36 – 3 + 12 + 2

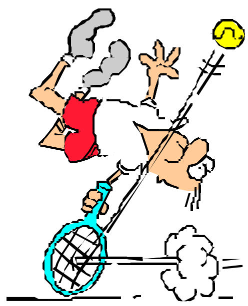
= 107個

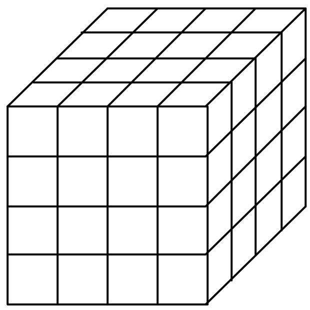


圖(e)

看過平面上的「數」數目問題，讓我們進入多角度的立體世界。

例六：下圖是一個邊長為4厘米的立方體木塊。將它染成紅色，然後鋸成邊長為1厘米的小立方體木塊。其中每個面都沒染色的有多少塊？





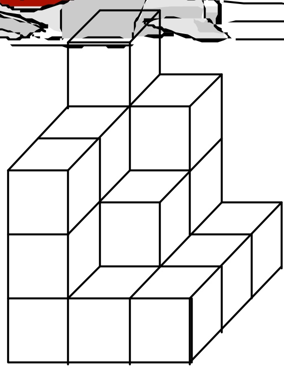
解答：本例只要知道鋸成邊長為1厘米的正方體木塊的總數，和表面至少有一面染成紅色的邊長為1厘米的正方體木塊的總數，兩者之差便是答案。

邊長為1厘米的小立方體數目 = $4^3 = 64$（個）。

位於表面被染有紅色的共有：$6(4)^2 - (4)(12) + 8 = 56$（個）。

所以內部沒有染色的共有：$64 - 56 = 8$（個）。

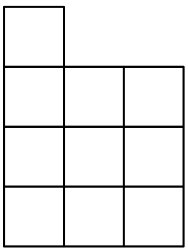
例七：下圖表示由19個邊長1cm的正方體重疊而成的物體。問這個立體圖形的表面積是多少？



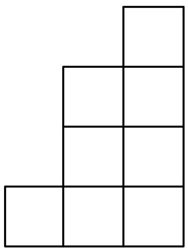
解答：由於邊長是1cm，每個面的面積就是1平方厘米。所以這條題目的關鍵就是要數出立體圖形有多少個面。

由於上圖是一個立體，若果祇從上圖去數有幾多個面，有些面可能會因為看不見而數漏了。要準確數出面的數目，而又不想動手做這個立體出來的話，我們就需要數得有點技巧——考慮立體放在一塊平滑的玻璃上，然後我們從6個方向平視去看立體，那時它會由立體變成一塊平面，即下面6個圖形：

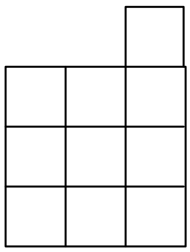
這樣，我們就能夠準確地數出立體有54個面。



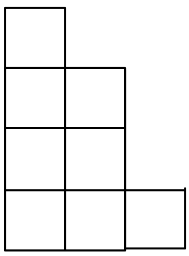
10 格



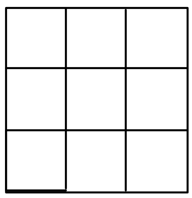
8 格



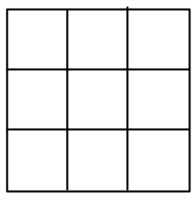
10 格



8 格



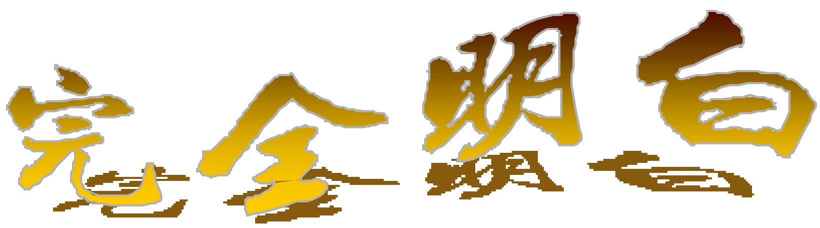
9 格



9 格

即表面積為54平方厘米。

（本題解答由2B(95)班李家皓同學提供）



看過「數」算圖形的例題後，讓我們看看另一類常見的「數」數問題。

例八：從1至9999的自然數中，「1」這個數字共出現過多少次？

解答：要數出「1」共出現過多少次，技巧跟數圖形一樣——分類。

首先，在1至9，「1」出現了1次。

在10到99裡，「1」共出現了19次。

> 註：在個位出現了9次，即{11,21,31,41,51,61,71,81,91}。
> 在拾位出現了10次，即{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19}。

在100至999中，「1」共出現了280次。

> 註：在個位出現了90次；即所有型如xy1的三位數，
> 其中x是1至9，y是0至9，故此共有 $9\times10=90$
> 在拾位出現過90次；即所有型如a1b的三位數，
> 其中a是1至9，b是0至9，故此共有 $9\times10=90$ 個。
> 在百位出現了100次；即{100,101,...,198,199}。

在1000至9999中，「1」共出現了3700次。

> 註：在個位出現了900次；
> 在拾位出現了900次；
> 在百位出現了900次；
> 在千位出現了1000次。
> （得出上述數目的原因與上相同，同學可小心驗算。）

所以，在1到9999中，「1」共出現了4000次。

（本題解答由2C(94)班梁美紅同學提供）

例九：一班有40個學生，如果每兩人都要握手一次，那麼，他們總共握手多少次？

解答：假設班中有一學生叫A，他跟每個同學都握手一次，那麼，他一共握手的次數就是(40 – 1) = 39次。然後A離開班房。這時候，班裡只有39人，又有一個叫B，他又跟每個同學都握手一次，那麼他一共握手的次數就是(39 – 1) = 38次。然後B離開班房。如此類推，我們就可以得出40個學生的握手次數

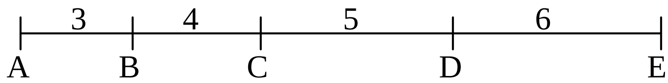
$= 39 + 38 + 37 + \ldots + 3 + 2 + 1$

$= \dfrac{(39)(39+1)}{2}$

= 780次

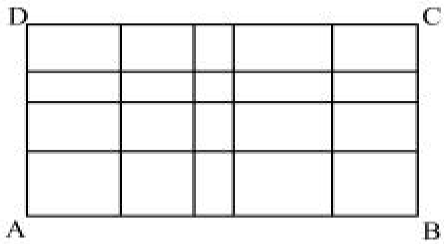
習題

1. **如圖一所示，AB長3厘米，BC長4厘米，CD長5厘米，DE長6厘米。圖中共有多少種不同長度的線？分別有多少厘米？**



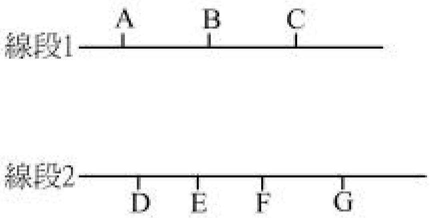
圖一

2. **如圖二所示，ABCD是一個長方形，長方形內每條豎線都平行於BC每一條橫線都平行於AB，問圖語共有多少個長方形？**



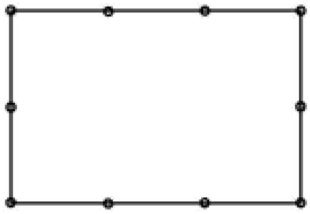
圖二

3. **圖三中兩條平行線上標有七個點，以這些點為頂點，可以畫出多少個不同的三角形？**



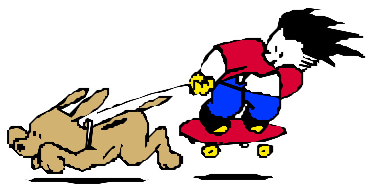
圖三

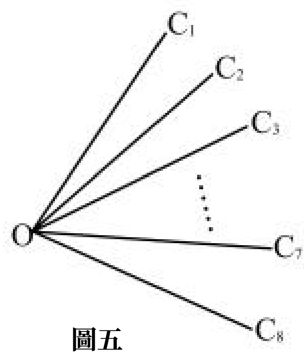
4. **圖四是一個長方形，四周邊上每隔2米有一點，共10個點。以這些點為頂點的三角形中，面積為12平方米的三角形有多少個？**



圖四

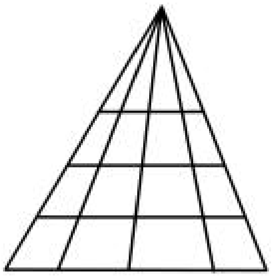
5. **圖五中，OC_1，OC_2，OC_3，……，OC_8 都是射線，若 $\angle C_1OC_8$ 為銳角，則圖中共有銳角多少個？**





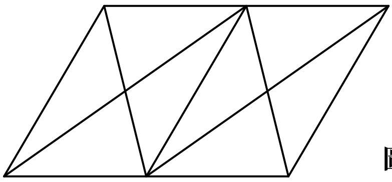
圖五

6.　**圖六共有三角形多少個？梯形有多少個？**



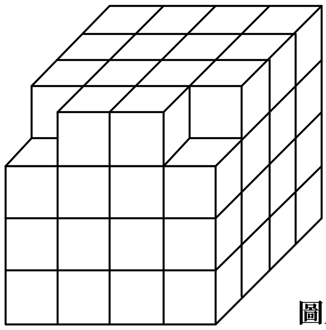
圖六

7.　**圖七中，共有多少個三角形？**



圖七

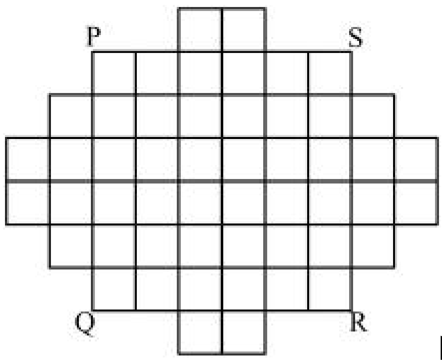
8.　**給一部百科全書編碼（例如：第3頁用了1個數字，第111頁用了3個數字等）需要6869個數字，問這本書共有多少頁？**



9.　**圖八是一立方體在兩頂點上撬去了兩個正方體得到的圖形，如果將它表面全部塗紅後，按圖形鋸開。請問：三面、兩面、一面有紅色的各有多少塊？沒有紅色的有多少塊？**

圖八

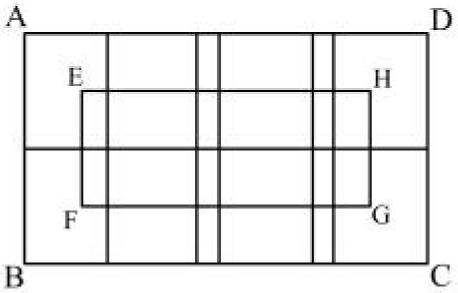
10.　**圖九中，每個小正方形的邊長均為1cm，問它共有多少個正方形？**



圖九

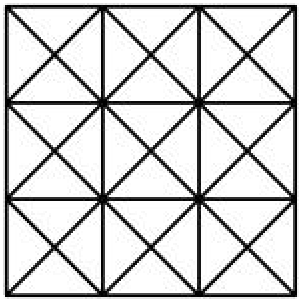
11.　**在圓周上有任意5個點，再在圓內選3個點，使得以這8個點為頂點構成盡可能多的彼此不重疊的三角形。這些三角形最多有多少個？**

12. **圖十中有多少個長方形？**



圖十

13. **圖十一內的小正方形邊長均為**2cm**，問圖中共有多少個正方形、長方形、三角形？**



圖十一

14. **把一個邊長是**5cm**的正方體分割成若干個小正方體，這些小正方體的邊長必須是整厘米數。如果這些小正方體的體積不要求相等，那麼，最少可以割成多少個小正方體？**

15. **一個六面都塗滿紅色的長方體，恰好能切成若干個邊長為**1**厘米的正方體。現切得的正方體中有**4**個每個面都沒有紅色，那麼長方體的體積是多少？**

解答

1. **由例一可知，可數出線段的數目** $= \dfrac{(5)(5-1)}{2}$

$= 10$

另線段的總長度 $= 3(5-1)(1)+4(5-2)(2)+5(5-3)(3)+6(5-4)(4)$

$= 12 + 24 + 30 + 24$

$= 90\text{cm}$

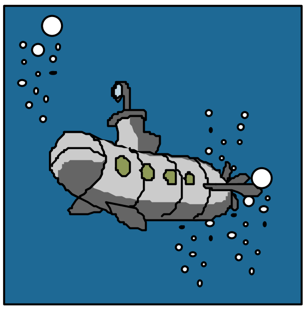
2. **由例一可知，**AB**上有**6**點，共可構成** $\dfrac{(6)(6-1)}{2} = 15$ **條線段。**

BC上有5點，共可構成$\frac{(5)(5-1)}{2}=10$條線段。

這些不同長度的線段共可構成的長方形數目

$= 15\times10$

$= 150$個。



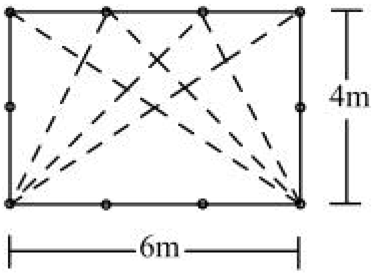
3. 要構成三角形，必須要確定它的底和高。若由線段1構成底，則由例一可知，它可以構成2條（AB、AC）不同的線段；連結線段2的D、E、F、G點，共可得$2\times4=8$個三角形。

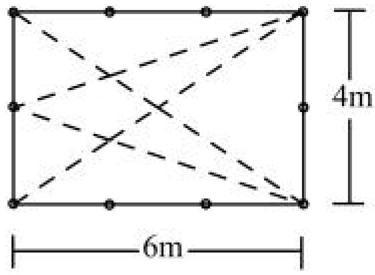
   如此類推，由線段2構成底，則可以構成6條不同的線段；連結線段1的3點，共可得18個三角形。

   所以可構成的三角形數目 $= 8 + 18$

   $= 24$個。

4. 要構成面積12平方米的三角形，則它的底和高都要是$6m\times4m$或$4m\times6m$的大小。





   如上左圖，構成底長6m、高4m的三角形共4個；連同另一邊的4個，一共8個。

   如上右圖，構成底長4m、高6m的三角形共3個；連同另一邊的3個，一共6個。

   所以，一共可以構成14個面積12平方米的三角形。

5. 先數含有射線OC_1的角，它們包括$\angle C_1OC_2$、$\angle C_1OC_3$、…、$\angle C_1OC_8$，一共7個。

   再數含有射線OC_2但不包含OC_1的角，它們包括$\angle C_2OC_3$、$\angle C_2OC_4$、…、$\angle C_2OC_8$，一共6個。

   如此類推，含有射線OC_3但不包攝OC_1、OC_2的角一共5個。

   含有射線OC_4但不包攝OC_1、OC_2、OC_3的角一共4個。

   含有射線OC_5但不包攝OC_1、OC_2、OC_3、OC_4的角一共3個。

   含有射線OC_6但不包攝OC_1、OC_2、OC_3、OC_4、OC_5的角一共2個。

   含有射線OC_7但不包攝OC_1、OC_2、OC_3、OC_4、OC_5、OC_6的角一共1個。

   因此，圖中共有銳角的數目 $= 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

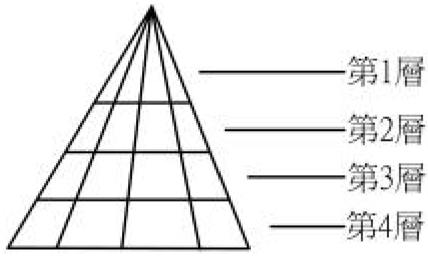
   $= 28$

6. **由於三角形的底有5個點，由例一可知，它可以構成10條不同的線段。所以，由頂到每一層均可構成10個三角形。**

右圖共有4層，所以可以構成的三角形數目

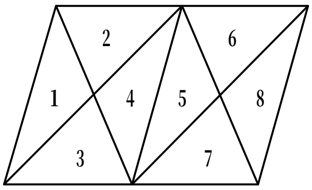
$= 4\times10 = 40$**個。**

除去不能構成梯形的第1層，第2層至第4層的斜邊上有4點，共可構成6條不同的線段，所以共可構成$6\times10=60$ **個梯形。**

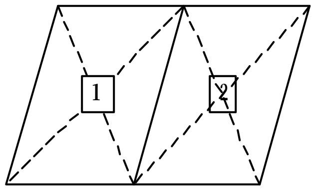


7. **要解決這條問題，可以用一個很簡單的方法去把三角形分類；用不同顏色把三角形分類。即**

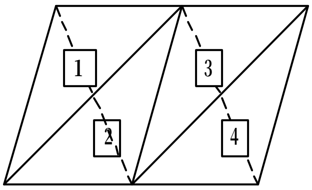
由1個圖形組成的三角形有8個；

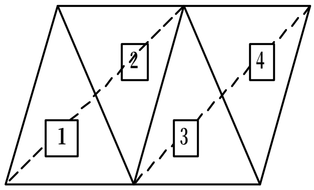


由4個圖形組成的三角形有2個。



由2個圖形組成的三角形有8個（如下圖）；





所以上圖共有18個三角形。

（本題解答由2C(94)班盧詠兒同學提供）

8. **由例四可知，中間部份PQRS包含的正方形數目**

$= 6^2+5^2+4^2+3^2+2^2+1^2$

$= 91$**個**

在PS以上的部份，邊長1cm的有2個，邊長2cm的有1個。由於上、下對稱，所以

正方形的數目 $= 2(2 + 1) = 6$**個**

在PQ左邊的部份，邊長1cm的有6個，邊長2cm的有4個，邊長3cm的有2個，邊長4cm的有1個。由於左、右對稱，所以

正方形的數目 $= 2(6 + 4 + 2 + 1) = 26$**個**

所以，正方形的總數 $= 91 + 6 + 26$

$= 123$**個**

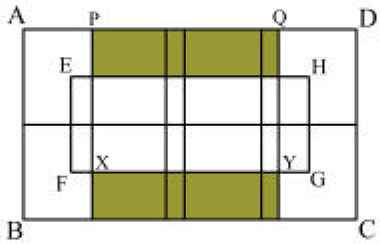
9. **對於這類圖中有明顯重復部份的圖形，必須分拆進行「數」算：**

先看ABCD，BC上有7點，共可構成$\frac{(7)(7-1)}{2} = 21$條不同的線段，AB上有3點，可構成3條不同的線段。所以，可構成長方形的數目 $= (21)(3)$

$= 63$個

再看EFGH，FG上有7點，可構成21條不同的線段；EF有3點，可構成3條不同的線段。所以可構成長方形的數目也是63個。

最後，要計算在前面分類時未有包含進去的長方形的數目；與下圖陰影部份相關的長方形。在上方與陰影部份相關的長方形中，PQ上有5點，可構成10條不同線段，共可構成10個不同的長方形，連同PXYQ的10個長方形，共包含了20個。



同理，下方與陰影部份相關的長方形中，亦可構成20個長方形。

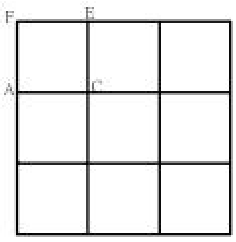
所以，可構成長方形的數目

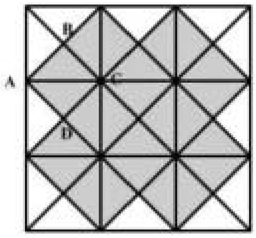
$= 63 + 63 + 20 + 20$

$= 163$個

10. 明顯地，面積為$36cm^2$的正方形有1個。

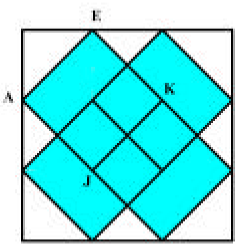
面積為$4cm^2$（與ACEF面積相等）的正方形有9個；如下左圖。

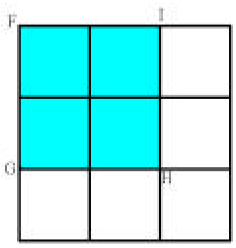




面積為$2cm^2$（與ABCD面積相等）的正方形有12個；如上右圖。

面積為$8cm^2$（與AJKE面積相等）的正方形有5個；如下左圖。

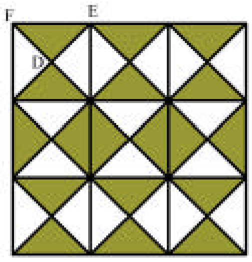


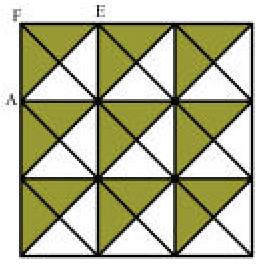


面積為$16cm^2$（與GHIF面積）相等的正方形有4個；如上右圖。

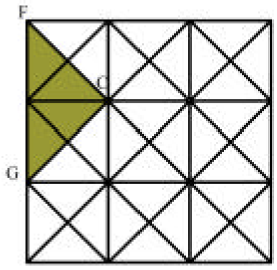
因此，圖中的正方形數目 $= 9 + 4 + 12 + 5 + 1 = 31$（個）正方形。

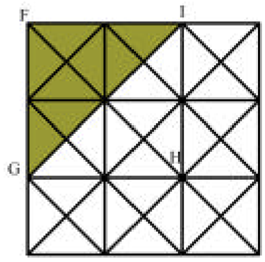
要數出三角形的數目比正方形複雜，不過，應用同樣的分類法，題目還是能夠迎刃而解的。首先，如下左圖所示，面積為$1cm^2$（與ΔFED面積相等）的三角形有36個。



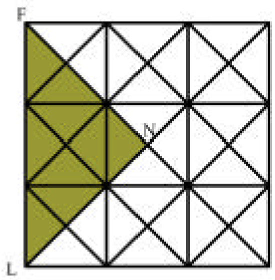


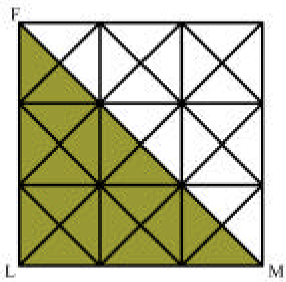
如上右圖，面積為$2cm^2$（與∆AFE面積相等）的三角形有36個；每一個小正形內包含著4個。面積為$4cm^2$（與∆FGC面積相等）的三角形有24個。如下左圖。



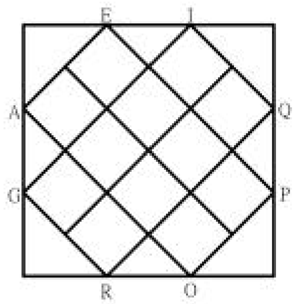


面積為$8cm^2$（與∆FGI面積相等）的三角形有16個；形如FGHI的正方形有4個，每個包含4個如∆FGI的三角形。如上右圖。
面積為$9cm^2$（與∆FLN面積相等）的三角形有8個。如下左圖。



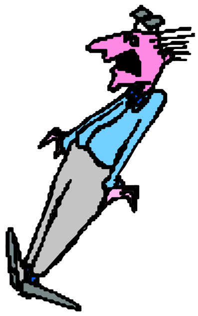


面積為$18cm^2$（與∆FGI面積相等）的三角形有4個。如上右圖。
所以，三角形的總數 = 36 + 36 + 24 + 16 +8 + 4
= 124個



長方形的計算依照前面的經驗，先算「正」的長方形數目。由於每邊均有4點，所以可構成6條不同的線段，可構成「正」長方形的數目 = 6×6 = 36個。
再算斜的長方形，如右圖，形如AOPE的長方形中，AO上有5點，可構成10條不同的線段；OP上有3點，可構成3條不的線段，所以共可構成10×3 = 30個不同的「斜」長方形。
如此類推，長方形GRQI亦可構成30個。不過，我們要扣除中間多算一次的重疊部份的3×3 = 9個的長方形。
所以，可構成的長方形數目 = 36 + 30 + 30 – 9
= 87個。

這裡須注意，長方形包括正方形。



11. 首先，在1至9頁共用去數字$9 \times 1 = 9$個

↑

└佔用頁碼

10至99頁共用去數字$90 \times 2 = 180$個

100至999頁共用去數字$900 \times 3 = 2700$個

1000至9999頁共用去數字$9000 \times 4 = 36000$個

由於$9 + 180 + 2700 = 2889 < 6869$

所以我們知道編碼會編用到4位數。現假設用去x個4位數，則我們有

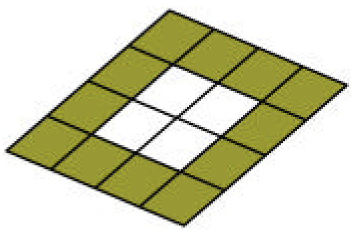
$$9 + 180 + 2700 + 4x = 6869$$
$$4x = 3890$$
$$x = 995$$

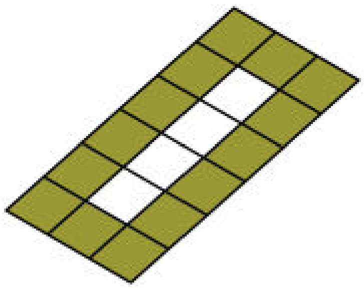
因為1000是第1個4位數，所以第995個4位數就是1994。

即百科全書共有1994頁。

（本題解答由2C(94)班梁美紅同學提供）

12. 六面都塗有顏色的長方體能夠包含著4個每面都沒有顏色的小正方體，則這個長方體最少有3層，而中間一層的平面圖只有以下2個可能：





如左上圖，長方體的大小會是$4 \times 4 \times 3$，體積就是48cm^3；如右上圖，則長方體的大小會是$3 \times 3 \times 6$，體積就是54cm^3。由於題目要求體積為最小，所以體積就是48cm^3。

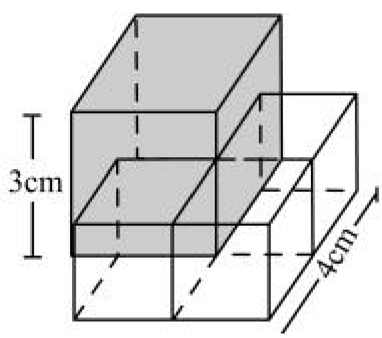
13. 首先，一個邊長5cm的正方體的體積 $= 5^3 = 125\text{cm}^3$。為要使分割出來的小正方形的數目盡量少，它們的邊長就必須盡量長。若果分割為全是邊長1cm的小正方體，則數目 $= 125 \div 1 = 125$個。

但若果割出一個邊長4cm的正方體，大是大了，但由於正方體的邊長必須是整數，餘下的就只能是邊長為1cm的了。

所以，正方形的數目 $= 125 - 4^3 + 1$

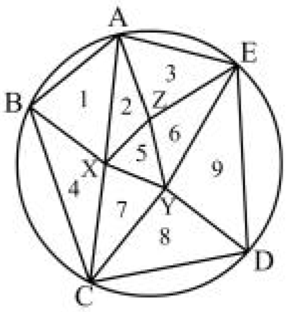
$= 62$個。

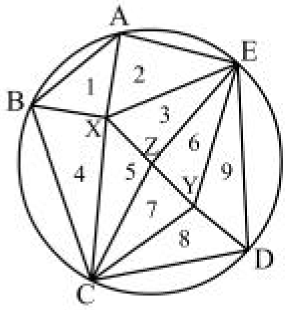
有更好的分割方法嗎？先割出一個邊長3cm的正方體，再割出盡可能多的邊長2cm的正方體，最後用



邊長1cm的正方體去分割餘下的體積，應該會得到最少的數目！如右圖所示，先割出一個邊長3cm的正方體，周圍就可以割出三個邊長2cm的了。此時，原有正方體的頂部還餘一個 $5\times5\times2$ 的長方體；這樣可再分割出四個邊長2cm的正方體。所示，正方體的數目 $= 1 + 7 + [125 - 3^3 - 7(2^3)] = 50$個。

14. ，在圓上任選A、B、C、D、E等5點，在圓內選X、Y、Z等3點；其中X、Y、Z並非在同一直線上（可構成多一個三角形）。在相互不重疊的情況下，可構成如下的圖：

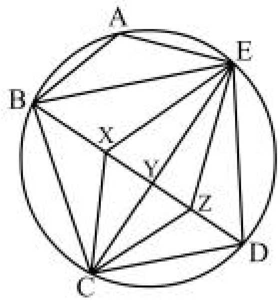




明顯地，最多有9個不重疊的三角形。

若果選擇X、Y、Z在同一直線上又如何呢？理論上應該會少一個吧？看看右上圖。同樣可構成9個三角形。三角形1、4、6、7、8、9不變，原本的ΔAXZ變為ΔAXE(2)，ΔAZE變為ΔXZE(3)，ΔXYZ雖然消失了，卻生成ΔXCZ，數目仍舊不變。

不過，若果我們將「不重疊」理解為三角形的邊不相交的話，那最多可構成的三角形數目就由9變為25個，如右圖：



作X、Y、Z三點在BD連線，並使得Y點剛好在CE連線上，則底邊BD上有5點，可構成10條不同線段，以C、E為頂點，各可得10個不同的三角形，連同ΔEDC、ΔEZC、ΔEBC、ΔEXC及ΔABE，可構成的三角形數目 = 10 + 10 + 2 + 2 + 1 = 25個。

15. 雖然圖中的立體的2頂點上撬去兩個正方體，但它的表面仍然有64個面。由例四可知，沒有紅色的小正方體有8個。

一面塗有紅色的正方體是立體每個面中央的4個小正方體，數目 $= 6\times4 = 24$個。

在沒有撬去頂點上的正方體的情況下，三面塗有紅色的正方體只有8個頂點的正方體，每撬去1個頂點，就會多了3個三面均塗有紅色的正方體，即共有8 + 6 – 2 = 12個。所以兩面塗有紅色的正方體數目 = 64 – 8 – 24 – 12 = 20個。

顧問老師：梁志明、黃萬安、黃偉智、楊振雄、袁仲強
仁愛堂田家炳中學數學組